Ν. Κεχαγιας 2-10-2018

Μια μαθηματική πρόταση είναι μια γραμματική πρόταση η οποία περιλαμβάνει μεταβλητές. Η αλήθεια της πρότασης εξαρτάται από τις συγκεκριμένες τιμές που λαμβάνουν οι μεταβλητές.

Άρα αρχικά θα πρέπει να ορίσουμε τα σύνολα από τα οποία λαμβάνουν τιμές οι μεταβλητές.

Αν $x^2=y^2$, τότε $x=y$ Αληθεις

Οι μεταβλητές x και y λαμβάνουν τιμές από τους φυσικούς.

$\mathbb{N}=\{0,1,2,\ldots\}$ φυσικοί αριθμοί $\mathbb{N}=\mathbb{N}-\{0\}=\{1,2,\ldots\}$

$\mathbb{Z}=\{0,\pm1,\pm2\ldots\}$ ακεραιοι

$\mathbb{Q}=\{\frac{p}{q} \mid (p,q)=1, p\in\mathbb{Z}, q\in\mathbb{N}\}$ ρητοί

$x^2-2=0$

$\mathbb{R}$ πραγματικοί αριθμοί

$x^2+1=0$

$\mathbb{C}$ μιγαδικοί

2) $x \in \mathbb{R}^*$ τότε $|x|>0$ Αληθές

$x \in \mathbb{R}$ τότε $|x|>0$ όχι πάντα

Πως αποδεικνύουμε μαθηματικές προτάσεις

1) Γράφουμε την πρόταση που θέλουμε να αποδείξουμε ώστε να είναι σύνολα κατανοητή, να μην περιέχει ασάφειες και να μην περιέχει περιττές λέξεις.
Αν υπάρχουν μεταβλητές θα πρέπει να οριοθετούν τα σύνολα από τα οποία λαμβάνουν τιμές.
Αν η μεταβλητή μας έχει κάποια επιπλέον ιδιότητα, την δηλώνουμε από την αρχή. Αν την αποκτά κατά την διάρκεια της απόδειξης, την δηλώνουμε αμέσως.

2) Χρησιμοποιούμε παραδείγματα για να κατανοήσουμε καλύτερα τις έννοιες ΟΧΙ για να αποδείξουμε.
ΠΡΟΣΟΧΗ. Αν θέλουμε να δείξουμε ότι μια πρόταση δεν ισχύει και βρούμε παράδειγμα ώστε να μην ισχύει τότε αυτό αρκεί.
Π.χ. Έστω $x, y \in \mathbb{R}$
Πρόταση Αν $x^2=y^2$, τότε $x=y$ $x=1$, $y=-1$ Δεν ισχύει

3) Δεν χρησιμοποιούμε το ίδιο γράμμα για διαφορετικές μεταβλητές.
Π.χ. m, n περιττοί
$m=2k+1$, $n=2l+1$

4) Δεν φτάνουμε στο αποτέλεσμα πηδώντας βήματα

5) Πολλές φορές τροποποιούμε ισοδύναμα την κατάληξη της ~~πρότασης~~ απόδειξης

6) Προσοχή με το "εάν"
Να μην μπερδεύουμε το εάν με το γιατί και το διότι

π.χ. Έστω p πρώτος. Αν ο p είναι πρώτος, τότε δεν μπορεί να γραφεί σαν γινόμενο μικρότερων φυσικών

Συνεπαγωγές $\Rightarrow$ $\Leftrightarrow$

π.χ. Ο Κεχαγιού έχει μεγάλη βαλίτσα, άρα έχει πολλά ρούχα. $\not\Rightarrow$ $\Leftarrow$

π.χ. Ο αστοφύλακας είναι ~~όργανο~~, το μπουζούκι είναι όργανο, άρα ο ~~αστοφύλακας~~ είναι μπουζούκι

$I(m,n) = \{(x,y) \mid 1 \le x \le m,\ 1 \le y \le n\} \xrightarrow{M} \mathbb{R}$

πλήθος στηλών.

πλήθος γραμμών

$M(x,y)$ = αριθμός. Συμβολίζουμε για ευκολία $M(x,y) = \alpha_{xy}$

Ένας πίνακας m γραμμών και n στηλών M είναι μια απεικόνιση $M: I(m,n) \to \mathbb{R}$ (ή σε κάποιο σύνολο)

Είναι $m \times n$ πίνακας, είναι μια ορθογώνια διάταξη mn στοιχείων. Συμβολίζουμε $M(x,y) = \alpha_{x,y}$ = τιμή του ζεύγους (x,y)

π.χ. $M = \begin{pmatrix} 0, & -1, & 4 \\ \pi, & 7, & i \end{pmatrix}$ $M(1,1) = 0$ $M(1,2) = -1$, $M(2,3) = i$

$m=2,\ n=3$

Δύο πίνακες διάστασης $m \times n$ θα ~~είναι~~ είναι ίσοι, αν τα στοιχεία είναι ίσα.

©NEXT

Scanned by CamScanner

Δηλαδή $M=(\alpha_{ij})$ $1\le i\le n$, $1\le j\le m$ $\qquad N=(b_{ij})$ $1\le j\le n$, $1\le j\le m$

$M=N \iff \alpha_{ij}=b_{ij}$, για όλα τα $1\le i\le n$ και $1\le j\le m$

π.χ. $M \; I(3,4)$

$$M(i,j)=i+(-1)^i 2j=\alpha_{ij}$$

- Με $O_{m\times n}$ συμβολίζουμε τον $m\times n$ πίνακα του οποίου όλα τα στοιχεία είναι μηδέν. Ο μηδενικός πίνακας.
- Όταν $m=n$ ο πίνακας καλείται τετραγωνικός $m\times m$. Με $I_{m\times m}$ συμβολίζουμε τον μοναδιαίο πίνακα του οποίου τα στοιχεία $\alpha_{ii}=1$ και $\alpha_{ij}=0$ για $i\ne j$

Σ' ένα πίνακα M τα στοιχεία α_{ii} καλούνται στοιχεία της διαγωνίου

M τετραγωνικός

$$M=\begin{pmatrix}\alpha_{11} & & \\ & \alpha_{22} & \\ & & \ddots \; \alpha_{mn}\end{pmatrix}$$

Ένας τετραγωνικός πίνακας $m\times m$ καλείται διαγώνιος αν $\alpha_{ij}=0$ για όλα τα $i\ne j$

(και ο μηδενικός είναι διαγώνιος)